

MODEL PENJADWALAN *BATCH* PADA *FLOWSHOP* DUA TAHAP DENGAN VARIASI JUMLAH *PART* UNTUK MEMINIMASI *TOTAL ACTUAL FLOW TIME*

¹Pratya Poeri Suryadhini

¹Industrial Engineering Study Program, Industrial Engineering Faculty, Telkom University

¹pratya@telkomuniversity.ac.id

Abstrak—Pada sebuah industri elektronika yang menghasilkan dua produk *family* memiliki dua tahapan pemrosesan, tahap 1 pengerjaan dilakukan secara masinal di sebuah mesin untuk semua *family* dan tahap 2 pengerjaan dilakukan di masing-masing lintasan produksi berdasarkan *family* yang dikerjakan secara manual. Berdasarkan tahapan pengerjaan tersebut akan terjadi permasalahan yaitu perusahaan sering mengalami keterlambatan pengiriman ke konsumen, yang disebabkan oleh mesin di Tahap 1 terlalu sibuk untuk memproduksi semua jenis *headphone stereo*. Permasalahan yang bisa terjadi selain keterlambatan adalah terjadi *idle* yang cukup lama pada beberapa kelompok kerja Tahap 2 karena menunggu proses di Tahap 1 selesai. Berdasarkan permasalahan tersebut, maka dalam penelitian ini akan dibuat sebuah model penjadwalan *batch* dengan kriteria meminimasi *total actual flowtime*. Hasil pengujian memperlihatkan bahwa model yang dikembangkan dapat menghasilkan model penjadwalan *batch* dengan dua tahap pengerjaan pada rantai produksi *flowshop* yang dapat meminimasi *total actual flowtime*, adapun urutan dan urutan *batch* menjadi variabel keputusan pada penelitian ini. Berdasarkan pengujian dengan 9 set data hipotetik, diperoleh karakteristik model sebagai berikut; Suatu jenis produk tidak harus dijadwalkan secara berurutan, tetapi pengurutan dapat dilakukan berseling dengan jenis produk lain, ukuran *batch* yang dihasilkan besarnya tidak harus sama, permasalahan dengan jumlah keseluruhan *part* sama, tetapi dengan ketentuan perbandingan jumlah *part* dari tiap jenis produk berbeda, belum tentu menghasilkan jumlah *batch* yang sama.

Kata kunci: Penjadwalan *batch*, *flowshop* dua tahap, *total actual flowtime*.

I. PENDAHULUAN

Pada sebuah industri elektronika yang memproduksi dua jenis *headphone stereo* (*walkman*), yaitu *headphone stereo* analog dan *headphone stereo* digital. *Headphone stereo* analog adalah jenis *headphone stereo* dengan *display* analog dan pencarian sinyal radionya dilakukan secara manual, sedangkan *headphone stereo* digital adalah jenis *headphone stereo* dengan

display LCD dan pencarian sinyal radionya dilakukan secara otomatis.

Pada *circuit board*, baik untuk *headphone stereo* analog maupun digital, terdapat beberapa komponen elektronik yang sama, sehingga proses *mounting* komponen-komponen tersebut dapat dilakukan di mesin yang sama. Setelah komponen-komponen elektronik yang sama selesai *dimounting*, kedua jenis *headphone stereo* tersebut mengalami proses yang berbeda yaitu proses *mounting* komponen-komponen yang khusus untuk masing-masing jenis produk dan dilakukan secara manual. Dengan melihat proses produksinya, maka *headphone stereo* tersebut mengalami dua tahap produksi, yaitu tahap masinal dan tahap manual. Pada proses masinal terdapat sebuah mesin yang dilalui oleh semua jenis *headphone stereo*, sedangkan pada proses manual masing-masing jenis *headphone stereo* mengalami proses yang berbeda. Proses manual ini dilakukan di kelompok-kelompok kerja yang dikhususkan untuk masing-masing jenis *headphone stereo*.

Kondisi tersebut dapat dikategorikan sebagai lantai produksi *flowshop* yang mengalami dua tahap pengerjaan. Mesin di Tahap 1 dapat dikategorikan sebagai mesin umum dan kelompok-kelompok kerja pada Tahap 2 dikategorikan sebagai mesin unik.

Pada saat ini perusahaan sering mengalami keterlambatan pengiriman ke konsumen, yang disebabkan oleh mesin di Tahap 1 terlalu sibuk untuk memproduksi semua jenis *headphone stereo*. Permasalahan yang bisa terjadi selain keterlambatan adalah terjadi *idle* yang cukup lama pada beberapa kelompok kerja Tahap 2 karena menunggu proses di Tahap 1 selesai.

Pada penelitian ini mengembangkan beberapa hasil penelitian pada industri elektronika tersebut yang telah dilakukan oleh [1] yang melakukan penelitian penjadwalan *batch* dua tahap dengan mesin umum pada tahap satu dan mesin unik pada tahap dua dengan tujuan meminimasi *total actual flow time*, penelitian oleh [2] dengan objek yang sama dengan pengembangan pada variasi *due date* dengan tujuan meminimasi *total actual flowtime*, dan [3] yang mengembangkan lebih banyak jumlah produk untuk meminimasi *total actual flowtime*.

Penelitian ini bertujuan membuat model penjadwalan *batch* dua tahap dengan mesin umum pada tahap satu dan mesin

unik pada tahap dua dengan jumlah *part* yang bervariasi untuk kedua jenis produk dengan tujuan meminimasi *total actual flowtime*.

Model yang diuji pada penelitian ini menggunakan beberapa set data dengan jumlah *part* yang berbeda-beda. Jumlah *part* ditentukan secara sembarang, perbandingan antara jumlah *part* kedua produk yang akan diproses mengikuti aturan sebagai berikut:

1. Jumlah *part* produk Jenis 1 lebih besar daripada jumlah *part* produk Jenis 2 ($n_1 > n_2$).
2. Jumlah *part* produk Jenis 1 lebih kecil daripada jumlah *part* produk Jenis 2 ($n_1 < n_2$).
3. Jumlah *part* produk Jenis 1 lebih sama dengan jumlah *part* produk Jenis 2 ($n_1 = n_2$).

II. LATAR BELAKANG TEORI

Actual flow time didefinisikan oleh [4] adalah lamanya suatu pekerjaan berada di rantai pabrik sejak saat pekerjaan tersebut mulai dikerjakan hingga *due date* dari pekerjaan tersebut. Pernyataan ini dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_i^a = d - B_i \quad \text{untuk } i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Dengan F_i^a , d dan B_i adalah *actual flow time*, *common due date* dan saat mulai (*starting time*), dengan asumsi waktu *setup* konstan dan tidak termasuk dalam waktu proses. Persamaan (1) dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$F_i^a = \sum_{j=1}^i (p_j + s_j) - s_i \quad \text{untuk } i = 1, \dots, n \quad (2)$$

Actual flow time suatu *batch* ditentukan dengan cara yang sama seperti Persamaan (2). Waktu proses *batch* diperoleh dengan mengalikan ukuran *batch* dengan waktu proses *part*, sehingga *actual flow time* untuk suatu *batch* adalah:

$$F_i^a = \sum_{j=1}^i (t_j Q_{[j]} + s_j) - s_i \quad \text{untuk } i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$Q_{[j]}$ menyatakan jumlah *part* yang terdapat dalam *batch* posisi ke j dan t_j menyatakan waktu proses *part* pada posisi j . Persamaan (1), Persamaan (2) dan Persamaan (3) berlaku untuk kasus mesin tunggal.

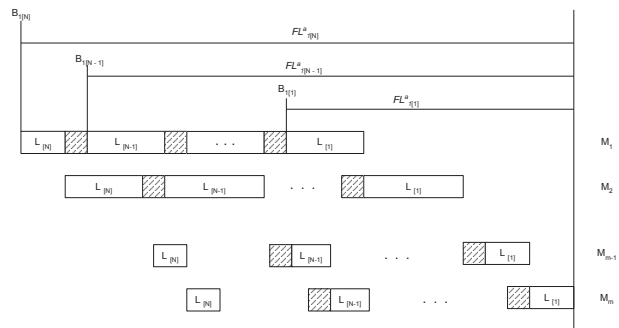
Persoalan penjadwalan *batch* pada *flowshop* dan *actual flow time batch* ditunjukkan pada Gambar 1, untuk N buah *batch* yang diproses pada sejumlah m mesin. Gambar 1 memperlihatkan bahwa untuk memperlihatkan *actual flow time batch*, cukup dengan menentukan *actual flow time batch* pada mesin pertama, sehingga *actual flow time* suatu *batch* $L_{[i]}$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$F_{[i]}^a = F_{1[i]}^a = \sum_{j=1}^i (s_1 + t_j Q_{[j]}) - s_1 + d - B_{1[i]} - t_1 Q_{[1]} \quad (4)$$

untuk $i = 1, \dots, N$

s_1 dan t_1 menyatakan waktu *setup batch* dan waktu proses *part* di mesin 1.

Jika $d - B_{1[1]} - t_1 Q_{[1]}$ sama dengan nol, maka diperoleh rumusan untuk kasus satu mesin.



Gambar 1 *Actual Flow Time* Tiap *Batch* dalam Sistem Produksi *Flowshop*

Penentuan *actual flow time* untuk seluruh *part* yang terdapat dalam satu *batch* dilakukan dengan mengalikan *actual flow time batch* dengan ukuran *batch* tersebut, sehingga *actual flow time* seluruh *part* yang diproses di lantai pabrik adalah:

$$F = \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{j=1}^i (s_1 + t_j Q_{[j]}) - s_1 + d - B_{1[i]} - t_1 Q_{[1]} \right\} Q_{[i]} \quad (5)$$

untuk $i = 1, \dots, N$

Jumlah *batch* maksimum untuk masing-masing *item* dihitung dengan menggunakan rumus:

$$(N_g)_{\max} = \left\lfloor \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2D/(p_g \cdot s_g)} \right\rfloor \quad (6)$$

untuk $g = 1, \dots, G$

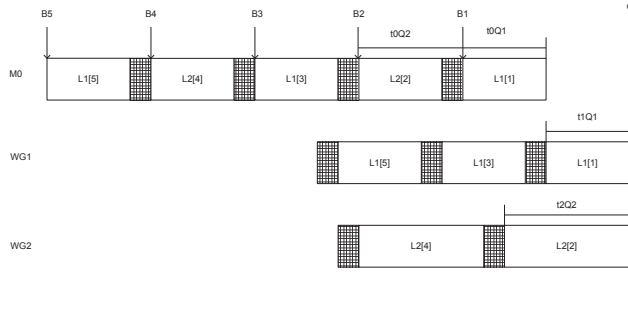
III. METODOLOGI

Permasalahan dalam model ini adalah menentukan jumlah dan ukuran *batch* serta urutan *batch* yang dihasilkan sehingga diperoleh *total actual flow time* yang minimum dengan menggunakan pendekatan mundur. Parameter-parameter yang diketahui adalah waktu proses per unit, waktu *setup*, jumlah unit yang akan dijadwalkan dan saat penyerahan seluruh unit. Saat penyerahan ini diasumsikan dilakukan bersamaan untuk semua unit atau *common due date*.

Permasalahan yang akan dibahas dapat digambarkan sebagai berikut: Misalkan terdapat g jenis produk (dengan indeks $g = 1, 2, \dots, G$) yang akan diproses pada *flowshop* 2 tahap. Masing-masing produk terdiri atas n_g unit. Pada Tahap 1 semua jenis produk diproses pada mesin yang sama, dan mesin tersebut dinyatakan dengan M_0 . Pada tahap selanjutnya masing-masing jenis produk diproses secara spesifik pada kelompok kerja yang berbeda, dan kelompok kerja tersebut dinyatakan dengan WG_g . Waktu proses pada Tahap 1 dinyatakan sebesar t_0 , sedangkan waktu proses pada Tahap 2 dinyatakan sebesar t_g . Waktu *setup* di semua tahap besarnya sama, dan dinyatakan dengan s , batas penyerahan seluruh *order* dilakukan pada saat yang sama (*common due date*), dan dinyatakan dengan d . Bila permasalahan ini diselesaikan maka akan diperoleh *batch* yang dihasilkan yang dinyatakan dengan $L_{g[i]}$, jumlah *batch* untuk masing-masing jenis produk yang dinyatakan dengan N_g , saat mulai *batch* di Tahap 1 yang dinyatakan dengan B_i , ukuran

batch yang dinyatakan dengan Q_i , *actual flow time batch* yang dinyatakan dengan $F^a_{[i]}$ dan *total actual flow time* yang dinyatakan dengan F^a , indeks g menyatakan jenis produk sedangkan indeks i menyatakan urutan ke i .

Bila jumlah *batch* yang dihasilkan dari proses penentuan *batch* adalah 3 buah untuk produk Jenis 1 ($N_1 = 3$) dan 2 buah untuk produk Jenis 2 ($N_2 = 2$), dan bila *batch* dari produk Jenis 1 berada pada urutan 1,3 dan 5, sedangkan *batch* dari produk Jenis 2 berada pada urutan 2 dan 4, maka akan diperoleh *Gantt chart* seperti pada Gambar 2.



Keterangan:

= Waktu setup = Waktu proses

Gambar 2 *Gantt Chart* untuk Dua Jenis Produk

Total actual flow time untuk permasalahan penjadwalan *batch* pada *flowshop* dua tahap ini adalah:

$$F^a = \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i t_0 Q_{[j]} + \max \left(s + F^a_{[i-1]}, \sum_{g=1}^G X_{g[i]} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^i X_{g[j]} (t_g Q_{[j]} + s) - s \right) \right) \right\} Q_{[i]} \quad (7)$$

Formulasi model untuk penjadwalan *batch* pada *flowshop* dua tahap dengan kriteria meminimasi *total actual flow time* adalah:

Minimasi

$$F^a = \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i t_0 Q_{[j]} + \max \left(s + F^a_{[i-1]}, \sum_{g=1}^G X_{g[i]} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^i X_{g[j]} (t_g Q_{[j]} + s) - s \right) \right) \right\} Q_{[i]}$$

Pembatas

$$\sum_{i=1}^N Q_{[i]} \cdot X_{g[i]} = n_g \forall g \quad (8)$$

$$F^a_{[i]} = t_0 Q_i + \max \left(s + F^a_{[i-1]}, \sum_{g=1}^G X_{g[i]} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^i X_{g[j]} (t_g Q_{[j]} + s) - s \right) \right) \quad (9)$$

$$X_{g[i]} = 0 \text{ atau } 1 \forall g \text{ dan } i \quad (10)$$

$$Q_{[i]} \geq 1, \text{ integer } \forall i \quad (11)$$

$$B_{[1]} + t_0 Q_{[1]} + t_g Q_{[1]} = d \quad (12)$$

$$B_{[N]} \geq 0 \quad (13)$$

$$N \geq G \quad (14)$$

Persamaan (7) menyatakan tujuan model yaitu minimasi *total actual flow time* semua *part* yang akan diproses.

Persamaan (8) memperlihatkan kendala ukuran *batch* pada *batch* untuk jenis produk g pada urutan ke i dan menyatakan jumlah *part* untuk semua *batch* dari jenis produk yang sama harus sama dengan jumlah *part* total yang harus diproses dari jenis produk tersebut.

Persamaan (9) menyatakan kendala *actual flow time* untuk *batch* pada posisi ke i .

Persamaan (10) menyatakan kendala eksistensi suatu jenis produk pada sebuah *batch*, jika $X_{g[i]} = 1$ maka *batch* tersebut merupakan *batch* dari produk Jenis g dan berada pada posisi i , tetapi jika $X_{g[i]} = 0$ maka *batch* pada posisi ke i bukan merupakan *batch* dari produk Jenis g .

Persamaan (11) menyatakan kendala bahwa ukuran *batch* harus lebih atau sama dengan 1 dan integer.

Persamaan (12) menyatakan kendala *batch* terakhir yang diproses harus selesai tepat pada *due date*.

Persamaan (13) menyatakan kendala saat mulai *batch* pertama yang diproses harus pada saat nol atau setelah saat nol.

Persamaan (14) menyatakan kendala jumlah *batch* harus lebih dari atau sama dengan jumlah jenis produk yang akan diproses.

Mengacu Gambar 2 nilai $B_{[i]}$ pada permasalahan ini dapat dicari dengan menggunakan formulasi:

$$B_{[1]} = d - (t_0 Q_{[1]} + t_g Q_{[1]}) \quad (15)$$

$$B_{[i]} = \left(\min \left[d - (s + F^a_{[i-1]}), d - \sum_{g=1}^G X_{g[i]} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^i X_{g[j]} (t_g Q_{[j]} + s) - s \right) \right] \right) - t_0 Q_{[i]}$$

$$i \geq 2 \quad (16)$$

Suku pertama pada Persamaan (15) menunjukkan batas waktu penyerahan, sedangkan suku kedua menunjukkan lamanya *batch* pada posisi pertama berada di lantai produksi. Elemen pertama pada suku pertama Persamaan (16) menunjukkan lamanya *batch* ke $i - 1$ di lantai produksi ditambah dengan waktu setup, sedangkan elemen kedua menunjukkan lamanya *batch* ke i di Tahap 2. Suku kedua pada Persamaan (16) menunjukkan lamanya *batch* ke i di Tahap 1.

Jika saat mulai *batch* dimasukkan ke dalam rumusan *total actual flow time*, maka formulasi model menjadi:

Minimasi

$$F^a = \sum_{i=1}^N \left[\left(d - B_{[i]} \right) Q_{[i]} \right] \quad (17)$$

dengan

$$B_{[1]} = d - (t_0 Q_{[1]} + t_g Q_{[1]}) \quad (18)$$

$$B_{[i]} = \left(\min \left[d - (s + F_{[i-1]}^a), \right. \right. \\ \left. \left. d - \sum_{g=1}^G X_{g[i]} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^i X_{g[j]} (t_g Q_{[j]} + s) - s \right) \right] \right) - t_0 Q_{[i]} \\ i \geq 2 \quad (19)$$

$$B_{[N]} \geq 0 \quad (20)$$

$$F_{[i]}^a = t_0 Q_i + \max \left(s + F_{[i-1]}^a, \sum_{g=1}^G X_{g[i]} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^i X_{g[j]} (t_g Q_{[j]} + s) - s \right) \right) \quad (21)$$

$$X_{g[i]} = 0 \text{ atau } 1 \quad \forall g \text{ dan } i \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^N Q_{[i]} \cdot X_{g[i]} = n_g \quad \forall g \quad (23)$$

$$Q_{[i]} \geq 1, \text{ integer } \quad \forall i \quad (24)$$

$$N \geq G \quad (25)$$

Fungsi (17) menyatakan tujuan model yaitu minimasi *total actual flow time* semua *part* yang akan diproses.

Persamaan (18), menyatakan kendala *batch* terakhir yang diproses harus selesai tepat pada *due date*.

Persamaan (19), menyatakan kendala saat mulai *batch* ke *i*, untuk *i* lebih dari 2.

Persamaan (20), menyatakan kendala saat mulai *batch* pertama yang diproses harus pada saat nol atau setelah saat nol.

Persamaan (21) menyatakan kendala *actual flow time* untuk *batch* pada posisi ke *i*.

Persamaan (22), menyatakan kendala eksistensi suatu jenis produk pada sebuah *batch* dan urutan *batch* tersebut, jika $X_{g[i]} = 1$ maka *batch* tersebut merupakan *batch* dari produk Jenis *g* dan berada pada posisi *i*, tetapi jika $X_{g[i]} = 0$ maka *batch* pada posisi ke *i* bukan merupakan *batch* dari produk Jenis *g*.

Persamaan (23), memperlihatkan kendala ukuran *batch* pada *batch* untuk jenis produk *g* pada urutan ke *i* dan menyatakan jumlah *part* untuk semua *batch* harus sama dengan jumlah *part* total yang harus diproses.

Persamaan (24), menyatakan kendala ukuran *batch* harus lebih atau sama dengan 1 dan integer.

Persamaan (25) menyatakan kendala jumlah *batch* harus lebih dari atau sama dengan jumlah jenis produk yang akan diproses.

Variabel keputusan penelitian ini adalah jumlah dan ukuran *batch* serta urutan pemrosesan *batch* yang dihasilkan. Tetapi untuk jumlah *batch* (*N*), tidak dimasukkan dalam formulasi model, karena model akan menjadi kompleks, oleh karena itu jumlah *batch* (*N*) harus ditetapkan terlebih dahulu. Berdasarkan hal tersebut, penjadwalan *batch* pada *flowshop* dua tahap ini dapat diperoleh dengan mengikuti algoritma usulan yang perancangannya didasarkan pada [5]. Tahapan secara garis besar akan dituangkan dalam struktur dasar algoritma sebagai berikut:

1. Solusi awal diperoleh dengan menghitung *total actual flow time* untuk jumlah *batch* sama dengan jumlah jenis produk ($N = G$)
2. Arah perbaikan dilakukan dengan memecah *batch* yang semula terdiri dari *G* *batch* menjadi $G + 1$.
3. Aturan berhenti ditetapkan bila telah ditemukan nilai *total actual flow time* minimum ($F^a_N \geq F^a_{N-1}$) atau apabila jumlah *batch* sudah sama dengan jumlah total *part* ($N = n_{\text{total}}$).

Algoritma yang diusulkan untuk menyelesaikan permasalahan penjadwalan *batch* pada *flowshop* dengan mesin umum pada Tahap 1 dan mesin unik pada Tahap 2 adalah sebagai berikut:

- Langkah 1 : Tetapkan banyaknya jenis produk yang akan diproduksi dengan notasi *g*, untuk $g = 1, 2, \dots, G$.
- Langkah 2 : Nyatakan produk-produk tersebut sebagai *batch*, pada langkah ini banyaknya *batch* sama dengan banyaknya jenis produk (*G*).
- Langkah 3 : Set $N = G$, selesaikan Persamaan (17) sampai Persamaan (25) untuk mendapatkan urutan *batch* dan *total actual flow time*.
Apakah penjadwalan yang dihasilkan melanggar saat 0?
- Jika tidak, maka solusi dikatakan layak dan lanjutkan ke langkah 4.
- Jika ya, maka solusi dikatakan tidak layak, maka order yang diterima tidak dapat diproses (order ditolak).
- Langkah 4 : Pecahlah *batch* secara bertahap. Set $N = G + 1$.
- Langkah 5 : Selesaikan Persamaan (17) sampai Persamaan (25) untuk mendapatkan ukuran dan urutan *batch* serta *total actual flow time*.
- Langkah 6 : Apakah penjadwalan yang dihasilkan melanggar saat 0?
- Jika tidak, maka solusi dikatakan layak dan lanjutkan ke langkah 7.
- Jika ya, maka solusi dikatakan tidak layak dan lanjutkan ke langkah 10.
- Langkah 7 : Apakah $F^a_N \leq F^a_{N-1}$?
- Jika ya, lanjutkan ke langkah 8.

- Jika tidak, stop algoritma, $N_{\text{terpilih}} = N - 1$
- Langkah 8 : Apakah $N = n_{\text{total}}$?
 - Jika ya, stop algoritma, $N_{\text{terpilih}} = N$.
 - Jika tidak, lanjutkan ke langkah 9.
- Langkah 9 : Set $N = N + 1$, kembali ke langkah 5.
- Langkah 10 : Set $N = N + 1$.
Selesaikan Persamaan (17) sampai Persamaan (25) untuk mendapatkan ukuran dan urutan *batch* serta *total actual flow time*.
- Langkah 11 : Apakah penjadwalan yang dihasilkan melanggar saat 0?
 - Jika tidak, maka solusi dikatakan layak dan kembali ke langkah 8.
 - Jika ya, maka solusi dikatakan tidak layak, stop algoritma, N_{terpilih} adalah N terakhir yang layak.

IV. HASIL DAN DISKUSI

Pengujian pada penelitian ini dilakukan dengan menggunakan beberapa kondisi yang diperlihatkan pada beberapa set data yang digunakan sebagai berikut:

Set Data 1 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih besar daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Set Data 2 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih kecil daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Jumlah keseluruhan *part* pada set Data 1 dan set Data 2 berjumlah 18, jumlah ini diperoleh dari kondisi nyata. Set Data 1 dan set Data 2 ditunjukkan pada Tabel I:

TABEL I
SET DATA UNTUK $N_{\text{TOTAL}} = 18$

| Set Data 1 | | | Set Data 2 | | |
|------------|----------------|----------------|------------|----------------|----------------|
| Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 | Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 |
| 2-1a | 10 | 8 | 2-2a | 7 | 11 |
| 2-1b | 11 | 7 | 2-2b | 6 | 12 |
| 2-1c | 12 | 6 | 2-2c | 5 | 13 |
| 2-1d | 13 | 5 | 2-2d | 4 | 14 |

Set Data 3 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih besar daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Set Data 4 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih kecil daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Jumlah keseluruhan *part* pada set Data 3 dan set Data 4 berjumlah 19, jumlah ini ditentukan secara sembarang. Set Data 3 dan set Data 4 disusun sebagai yang ditunjukkan pada Tabel II.

TABEL II
SET DATA UNTUK $N_{\text{TOTAL}} = 19$

| Set Data 3 | | | Set Data 4 | | |
|------------|----------------|----------------|------------|----------------|----------------|
| Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 | Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 |
| 2-3a | 10 | 9 | 2-4a | 9 | 10 |
| 2-3b | 11 | 8 | 2-4b | 8 | 11 |
| 2-3c | 12 | 7 | 2-4c | 7 | 12 |
| 2-3d | 13 | 6 | 2-4d | 6 | 13 |

Set Data 5 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih besar daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Set Data 6 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih kecil daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Jumlah keseluruhan *part* pada set Data 5 dan set Data 6 berjumlah 16, jumlah ini ditentukan secara sembarang. Set Data 5 dan set Data 6 ditunjukkan pada Tabel III.

TABEL III
SET DATA UNTUK $N_{\text{TOTAL}} = 16$

| Set Data 5 | | | Set Data 6 | | |
|------------|----------------|----------------|------------|----------------|----------------|
| Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 | Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 |
| 2-5a | 9 | 7 | 2-6a | 7 | 9 |
| 2-5b | 10 | 6 | 2-6b | 6 | 10 |
| 2-5c | 11 | 5 | 2-6c | 5 | 11 |
| 2-5d | 12 | 4 | 2-6d | 4 | 12 |

Set Data 7 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih besar daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Set Data 8 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 lebih kecil daripada jumlah *part* produk Jenis 2. Jumlah keseluruhan *part* pada set Data 7 dan set Data 8 berjumlah 15, jumlah ini ditentukan secara sembarang. Set Data 7 dan set Data 8 ditunjukkan pada Tabel IV.

TABEL IV
SET DATA UNTUK $N_{\text{TOTAL}} = 15$

| Set Data 7 | | | Set Data 8 | | |
|------------|----------------|----------------|------------|----------------|----------------|
| Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 | Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 |
| 2-7a | 8 | 7 | 2-8a | 7 | 8 |
| 2-7b | 9 | 6 | 2-8b | 6 | 9 |
| 2-7c | 10 | 5 | 2-8c | 5 | 10 |
| 2-7d | 11 | 4 | 2-8d | 4 | 11 |

Set data 9 disusun dengan ketentuan jumlah *part* produk Jenis 1 sama dengan jumlah *part* produk Jenis 2 (Tabel V).

TABEL V
SET DATA 9

| Set Data 9 | | |
|------------|----------------|----------------|
| Kasus | Produk Jenis 1 | Produk Jenis 2 |
| 2-9a | 9 | 9 |
| 2-9b | 8 | 8 |
| 2-9c | 7 | 7 |
| 2-9d | 6 | 6 |

Berdasarkan pengujian data, menghasilkan *total actual flow time* terbaik untuk beberapa jumlah *part* ditunjukkan pada Tabel VI.

TABEL VI
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{\text{TOTAL}} = 18 (N_1 > N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|
| 2-1a | 10 | 8 | 60,46 | 11 | 6 | 5 |
| 2-1b | 11 | 7 | 60,32 | 11 | 7 | 4 |
| 2-1c | 12 | 6 | 61,06 | 11 | 8 | 3 |
| 2-1d | 13 | 5 | 65,14 | 11 | 9 | 2 |

Tabel VI memperlihatkan, jumlah n_1 lebih besar dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 18, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 11 buah.

TABEL VII
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{TOTAL} = 18 (N_1 < N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|
| 2-2a | 7 | 11 | 63,86 | 10 | 3 | 7 |
| 2-2b | 6 | 12 | 66,86 | 10 | 4 | 6 |
| 2-2c | 5 | 13 | 70,26 | 10 | 3 | 7 |
| 2-2d | 4 | 14 | 75,26 | 10 | 3 | 7 |

Tabel VII memperlihatkan, jumlah n_1 lebih kecil dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 18, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 10 buah. Tabel VI dan Tabel VII memperlihatkan, permasalahan dengan jumlah keseluruhan *part* sama, tetapi dengan ketentuan perbandingan jumlah *part* dari tiap jenis produk berbeda, belum tentu menghasilkan jumlah *batch* yang sama.

TABEL VIII
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{TOTAL} = 19 (N_1 > N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| 2-3a | 10 | 9 | 71,20 | 8 | 4 | 4 |
| 2-3b | 11 | 8 | 71,44 | 8 | 5 | 3 |
| 2-3c | 12 | 7 | 71,74 | 8 | 4 | 4 |
| 2-3d | 13 | 6 | 72,00 | 8 | 6 | 2 |

Tabel VIII memperlihatkan, jumlah n_1 lebih besar dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 19, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 8 buah.

TABEL IX
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{TOTAL} = 19 (N_1 < N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| 2-4a | 9 | 10 | 69,00 | 9 | 4 | 5 |
| 2-4b | 8 | 11 | 72,80 | 9 | 4 | 5 |
| 2-4c | 7 | 12 | 74,92 | 9 | 4 | 5 |
| 2-4d | 6 | 13 | 77,10 | 9 | 4 | 5 |

Tabel IX memperlihatkan, jumlah n_1 lebih kecil dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 19, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 9 buah. Tabel VIII dan Tabel IX memperlihatkan, permasalahan dengan jumlah keseluruhan *part* sama, tetapi dengan ketentuan perbandingan jumlah *part* dari tiap jenis produk berbeda, belum tentu menghasilkan jumlah *batch* yang sama.

TABEL X
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{TOTAL} = 16 (N_1 > N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| 2-5a | 9 | 7 | 49,32 | 9 | 5 | 4 |
| 2-5b | 10 | 6 | 49,46 | 9 | 5 | 4 |
| 2-5c | 11 | 5 | 50,12 | 9 | 5 | 4 |
| 2-5d | 12 | 4 | 52,48 | 9 | 7 | 2 |

Tabel X memperlihatkan, jumlah n_1 lebih besar dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 16, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 9 buah.

TABEL XI
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{TOTAL} = 16 (N_1 < N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| 2-6a | 7 | 9 | 49,92 | 9 | 3 | 6 |
| 2-6b | 6 | 10 | 53,42 | 9 | 3 | 6 |
| 2-6c | 5 | 11 | 55,10 | 9 | 3 | 6 |
| 2-6d | 4 | 12 | 59,94 | 9 | 3 | 6 |

Tabel XI memperlihatkan, jumlah n_1 lebih kecil dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 16, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 9 buah.

TABEL XII
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{TOTAL} = 15 (N_1 > N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|
| 2-7a | 11 | 4 | 44,24 | 11 | 7 | 4 |
| 2-7b | 10 | 5 | 43,46 | 11 | 8 | 3 |
| 2-7c | 9 | 6 | 43,46 | 11 | 7 | 4 |
| 2-7d | 8 | 7 | 43,46 | 11 | 6 | 5 |

Tabel XII memperlihatkan, jumlah n_1 lebih besar dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 15, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 11 buah.

TABEL XIII
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_{TOTAL} = 15 (N_1 < N_2)$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| 2-8a | 4 | 11 | 50,50 | 9 | 3 | 6 |
| 2-8b | 5 | 10 | 47,02 | 9 | 3 | 6 |
| 2-8c | 6 | 9 | 46,04 | 9 | 3 | 6 |
| 2-8d | 7 | 8 | 43,94 | 9 | 4 | 5 |

Tabel XIII memperlihatkan, jumlah n_1 lebih kecil dari n_2 , jumlah keseluruhan *part* sama dengan 15, menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 9 buah. Tabel XII dan Tabel XIII memperlihatkan, permasalahan dengan jumlah keseluruhan *part* sama, tetapi dengan ketentuan perbandingan jumlah *part* dari tiap jenis produk berbeda, belum tentu menghasilkan jumlah *batch* yang sama.

TABEL XIV
TOTAL ACTUAL FLOW TIME UNTUK $N_1 = N_2$

| Kasus | n_1 | n_2 | F^a | N | N_1 | N_2 |
|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| 2-9a | 9 | 9 | 61,52 | 9 | 4 | 5 |
| 2-9b | 8 | 8 | 49,46 | 9 | 4 | 5 |
| 2-9c | 7 | 7 | 39,00 | 9 | 4 | 5 |
| 2-9d | 6 | 6 | 29,34 | 9 | 5 | 4 |

Tabel XIV memperlihatkan, jumlah n_1 sama dengan n_2 menghasilkan jumlah *batch* sebanyak 9 buah.

Pengujian set data tersebut memperlihatkan bahwa jumlah *batch* yang dihasilkan pada persoalan dengan jumlah keseluruhan *part* sama dan perbandingan antara jumlah *part* kedua produk yang akan diproses sama, maka akan menghasilkan jumlah *batch* yang sama pula.

V. KESIMPULAN

Penelitian ini mengkaji masalah penjadwalan *batch* pada *flowshop* dengan mesin umum pada Tahap 1 dan mesin unik

pada Tahap 2, dengan kriteria meminimasi *total actual flow time*. Ukuran dan urutan *batch* menjadi variabel keputusan pada penelitian ini. Terdapat beberapa kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian ini.

1. Penelitian ini menghasilkan sebuah model penjadwalan *batch* yang dapat menyelesaikan permasalahan pada *flowshop* dengan mesin umum pada Tahap 1 dan mesin unik pada Tahap 2, yang dapat meminimasi *actual flow time*.
2. Berdasarkan pengujian dengan 9 set data hipotetik, diperoleh karakteristik model sebagai berikut:
 - a. Suatu jenis produk tidak harus dijadwalkan secara berurutan, tetapi pengurutan dapat dilakukan berseling dengan jenis produk lain.
 - b. Ukuran *batch* yang dihasilkan besarnya tidak harus sama.
 - c. Permasalahan dengan jumlah keseluruhan *part* sama, tetapi dengan ketentuan perbandingan jumlah *part* dari tiap jenis produk berbeda, belum tentu menghasilkan jumlah *batch* yang sama.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. H. Halim, P. P. Suryadhini, and I. S. Toha, 2006, Batch Scheduling To Minimize Total Actual Flow Time In A Two-Stage Flowshop With Dedicated Machines In The Second Stage, *Proceedings of the 7th Asia Pasific Industrial Engineering and Management Systems Conference*, Bangkok, Thailand, p 1043-1349.
- [2] Suryadhini, P.P., Rahayu, M., 2010, Batch scheduling to minimize total actual flowtime in a two-stage flowshop with dedicated machine in the second stage for various due date, *Proceedings of International Conference of Industrial Engineering and Business Management*, Yogyakarta, Indonesia, p 571 – 576.
- [3] Suryadhini, P.P., 2011, Batch Scheduling in Two Stage Flowshop with Common and Dedicated Machine to Minimize Total actual flowtime, *Proceeding of 5th International Seminar on Industrial Engineering and Management*, Manado, Indonesia, p PS8 – PS11.
- [4] A. H. Halim, S. Miyazaki, and H. Ohta, 1994a, Batch scheduling to minimize the actual flow times of parts through the shop under JIT environment, *Eur. J. of Opl. Res.*, 529-544.
- [5] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, C. M. Shetty, 1993, *Non Linear Programming: Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons Inc., New York.